

## **MATEMATIKA (5+5+5+5)** **a 9-10-11–12. évfolyamon emelt óraszámmal**

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítőtje; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indukál – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és

tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A helyi tanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

## **Célok és feladatok**

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanulásához, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analízáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és téreometriai fo-

galmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődéséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valóság-hoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznos-sága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciálásnál nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulás-szervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésé-nek, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmas arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, továbbgondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyekben keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példák is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre*, a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyekben keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríthetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítják az esélyegyenlőséget.

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

## A fogalmi rendszer

A matematika révén közvetített tudás konstruálásában, a fogalmi műveltség felépítésében folyamatos tevékenység a fogalmi gondolkodás fejlesztése. A matematika műveltségterület – a témakörökhöz, témákhoz rendelt fogalmak közlésével – felépítette a maga sajátos fogalomrendszerét. E rendszert természetesen többféleképpen is meg lehet határozni., és fontos leszögezni, hogy az általunk létrehozott fogalmi rendszer nem a matematikát mint tudományt, hanem a középiskolai matematika műveltségterületet fedi le. A tantárgy kulcsfogalmai a következők:

Axióma, definíció, tétel, bizonyítás, modellezés, transzformáció, sorbarendezés, kiválasztás, oszthatóság, eloszlás, valószínűség, halmaz, egyenlet, függvény, alakzatok, véletlen esemény.

E kulcsfogalmakkal kapcsolatos tudás folyamatos bővítése és elmélyítése az értelmes tanulás egyik összetevője. A kulcsfogalmak tehát az adott ismeretrendszer fogalmi hálójának csomópontjait jelentik, amelyek sok más fogalommal kapcsolatba hozhatóak. A kulcsfogalmak más és más kontextusban, mélységben és egymáshoz való kapcsolódási lehetőséggel újra és újra megjelennek, segítve ezzel a matematika egységes látásmódjának kialakulását.

A tantárgy kulcsfogalmai tehát átfogó, a tanítási-tanulási folyamatban szükségszerűen ismétlődő fogalmak. E fogalmak jellegüknél fogva, tartalmi összetevőik révén igen gyakran érintkeznek is egymással. A kulcsfogalmak természetesen fokozatosan telítődnek konkrét tartalmakkal, azaz fokozatosan épül fel az a fogalmi háló, ami végül is a fogalmi műveltségben ölt(het) testet.

## A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

## A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetők az adott taneszközre:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiaiailag jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

## Tantárgyi struktúra és óraszámok

	9. évf.	10. évf.	11. évf.	12. évf.
Matematika	5 óra	5 óra	5 óra	5 óra

## Kerettantervi megfelelés

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet 3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára 3.2.04-es sorszámú matematika kerettanterve alapján készült.

A kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér illetve a 2-2 óránövekmény 9. és 10. évfolyamon a tudományos igényességgel megtanított ismeretek elmélyítésére kerül felhasználásra, a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kap a kerettanterv által meghatározott tartalmi elemek bővítésekor, így a résztémákra szánt órakereteket megnöveltük. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulókat gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiváljuk, kidomborítjuk a matematika kultúrtörténeti szerepét, a gyakorlati alkalmazhatóságát. Fokozott szaktanári figyelem irányul az emelt óraszámú csoportokra.

A 11. és a 12. évfolyamon a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óránövekménybe pedig a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

## 9–10. évfolyam

Ez a matematika helyi tanterv azon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban matematikából emelt óraszámú képzést választottak. Azoknak, akik matematikaigényes pályákra akarnak felkészülni, tehát fontos, hogy milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulóknak, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűvel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulóknak digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

Az emelt óraszámú képzést kínáló osztályban indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.



## Célok és feladatok

A 9. évfolyamon fontos cél az alapképességek továbbfejlesztése. El kell érni, hogy a szemléletes fogalmak többsége definiálásra kerüljön, azok tartalma tudatosuljon. A tételek kimondásakor a szükséges és elégséges feltételek megkülönböztetése történjen meg.

Másik fontos cél a kommunikációs készség továbbfejlesztése írásban és szóban egyaránt. A fejlesztésnek ki kell térnie arra, hogy a tanuló mások szóban vagy írásban közvetített gondolatait megértse, saját gondolatait megfelelően közvetítse. Mindezeket egyszerre fejleszthetjük és értékelhetjük a tankönyvi/feladatgyűjteményi szövegek értésével, az órai vitákban való érveléskészség, vitakészség fejlesztésével, a feladatmegoldások során a szóbeli válaszok, magyarázatok igénylésével. A matematikaórákon, a feladatmegoldásokban megfelelő pontossággal használtassuk az anyanyelvet, illetve a szaknyelvet, s fokozatosan bővítjük a jelölésrendszert.

Fontos, hogy a tanulók érezzék szükségét, hogy a feladatmegoldások helyességét ellenőrizzék, illetve amelyik feladatban az lehetséges, a várható eredményt előre megbecsüljék. A gyakorlati számításoknál is elkerülhetetlen kerekítés alkalmazásával el kell érniük, hogy a tanulók reális eredményeket fogadjanak el. Folyamatosan fejleszteniük kell a verbális kommunikáció mellett az igényes grafikus kommunikáció kialakítását is, megértetve a tanulókkal, hogy a jó gondolatok, megoldások semmit sem érnek, ha azt nem tudják valamilyen módon helyesen kinyilvánítani.

A matematika elemi fogalmait, összefüggéseit más tantárgyakban és a mindennapi életben is alkalmazzuk, éppen ezért nagy hangsúlyt kell fektetni az egyszerű, közérthető, frappáns alkalmazások megválasztására, mert ezzel a matematika hasznosságát mutatjuk meg.

Kiemelt fontosságú, hogy a már biztos számfogalomra építve eljussunk a valós szám fogalmához, beleértve a racionális és az irracionális számok fogalmának megértését. A számítások elvégzéséhez használtassuk a számológépet, tudatosítsuk az eszköz előnyeit és korlátait. A műveletek sorát bővíteni kell.

Folyamatosan nagy hangsúlyt kell fektetnünk a szövegértő képesség fejlesztésére, az algoritmikus gondolkodás erősítésére a szöveg alapján matematikai modellek készítésére. A kombinatorikus feladatok, a geometriai transzformációk, a megismert síkidomok tulajdonságaiban való tájékozódás, a valós számok halmazának megértése fejleszti a rendszerező képességet.

A geometria eszközeinek felhasználásával fejleszteniük kell a tanulók síkban való tájékozódását, a 9. évfolyamon erre leginkább a geometriai transzformációk értése és alkalmazása ad lehetőséget. Fontos feladat a tervezés, a konstrukciós, analízáló képesség, valamint a diszkussziós igény kialakítása.

A függvény szemlélet fejlesztése a hozzárendelések szabályként való értelmezésével, valamint a függvénykapcsolatokhoz a megfelelő modell megkeresésével lehetséges. A transzformációk mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresésére ad alkalmat.

Nagyon fontos cél a 9. évfolyamon is a sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, a bizonyítási igény kialakítása, egyes tételek konkrét bizonyítása is.

A matematika iránti érdeklődés erősíthető az elemi számelmélet alapvető problémáival és a matematikatörténeti vonatkozásaival.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

## Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra
2. Számтан, algebra	65 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	30 óra
4. Geometria	50 óra
5. Valószínűség, statisztika	15 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléle- tes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazművele- tek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, il- letve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítá- sa. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.  <i>Biológia-egészségtan:</i> hal- mazműveletek alkalmazása a rendszertanban.  <i>Kémia:</i> anyagok csoporto- sítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.	T: Számológép
Nytított mondatok igazságalmaza, szemléltetés módjai.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése.</p> <p>Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe.</p> <p>Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p> <p>Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p>	<p>T: interaktív tábla</p>
<p>Bizonyítás.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása.</p> <p>Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).</p> <p>Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorrendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámolásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számitásba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: dobókocka
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számítan, algebra	Órakeret javasolt óraszám 65 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	

<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.</p> <p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.</p> <p>Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.</p>
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek.</i></p>	<p>A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>		<p>T: számológép interaktív tábla</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	T: számológép interaktív tábla
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.	T: számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		
<p>Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszerválasztás, becslések, mérések, számítások.</p> <p><i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p>	<p>T: számológép</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
$(a \pm b)^2$ , $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika</i> : számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan</i> : számítási feladatok.	
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia</i> : képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika</i> : kinematika, dinamika.	T: számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.  <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolút értéket tartalmazó egyenletek. $ x + c  = ax + b$ .	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 30 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, in- teraktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.  <i>Kémia:</i> egyenes arányosság.  <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Az abszolút érték-függvény. Az $x \mapsto  ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ( $x \geq 0$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> kinematika.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Az <math>x \mapsto ax^2 + bx + c</math> (<math>a \neq 0</math>) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az <math>x \mapsto a(x-u)^2 + v</math> alak segítségével.</p>	<p>Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>	<p>T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b></p>	<p>Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.</p>			



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 50 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságai. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságai. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Geometriai alapfogalmak. Tér- elemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, tes- tek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vona- lai, körei. Oldalfelező merőle- gesek, belső szögfelezők, ma- gasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szi- mulációs programok hasz- nálata (geometriai szerkesz- tőprogram).	TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szélő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége.  <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége.  <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.  <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészet-történeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészet-történeti stíluskorszakok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltozás).	
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 15 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Statisztikai adatok és ábrázolá- suk (gyakoriság, relatív gyako- riság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasá- sa, készítése. Grafikai szervezők összeveté- se más formátumú dokumen- tumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ össze- kapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, informá- ciómegjelenítés.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi té- mák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajla- ti és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, in- teraktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtot- ta információk helyes értelme- zése. Nagy adathalmaz vizsgálata keves statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, in- teraktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

## Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték,  $\frac{a}{x}$ ) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

## 10. évfolyam

### Célok és feladatok

A 10. évfolyamon is fontos cél, hogy a különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejlessze a tanulók matematizáló tevékenységét. Törekedni kell arra, hogy a tanulók egyre inkább képesek legyenek a köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetésére.

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A 10. évfolyamon is szükség van a bizonyítási igény további fejlesztésére és az algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztésére.

A különböző feladatok megoldásában törekedni kell arra, hogy a megoldások keresése önállóan történjék, lehetőség legyen a tanulói felfedezésekre, önálló eljárások keresésére, továbbá minél gyakrabban kerüljenek a tanulók olyan feladat elé, ahol a matematika eszközként való felhasználása segíti a gyakorlati és természettudományos problémák megoldását. Szükség van eközben a valós helyzetek értelmezésére, megértésére és értékelésére.

Ezen az évfolyamon fokozottan figyelni kell arra, hogy alakítsuk ki a diszkussziós igényt az algebrai feladatoknál is.

Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban lehetőséget nyújt a matematika különböző területeinek az összekapcsolására.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

### Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	20 óra
2. Számтан, algebra	70 óra
4. Geometria	70 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>	<p>T: Számológép</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p>	<p>T: számítógép, interaktív tábla</p>
<p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számitásba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.  <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ....., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 70 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságai- nak használata konkrét ese- tekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengéside- je, rezgésidő számítása.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$ .	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközzellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 70 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokról. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok területének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.  <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékelte-tése, formarend, az arany-metszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.	TD: Számítógép Interaktív tábla
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.	
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.			

## Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

## A fejlesztés várt eredményei a 9-10 évfolyamos ciklus végén

### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

### *Számтан, algebra*

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

### *Geometria*

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.

- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

#### *Valószínűség, statisztika*

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.



## 11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetőek el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

## 11. évfolyam

### Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szóveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordináta-geometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

### Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	5 óra/hét (180 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	16 óra
2. Számtan, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	54 óra
4. Geometria	46 óra
5. Valószínűség, statisztika	14 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 16 óra (folyamatosan)</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezési, leszámhlási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszerek-nél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Vegyes kombinatorikai felada- tok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatok- ban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> magyar vonatkozású ismeretek.	Modell alkotása valós problé- mához: kombinatorikai mo- dell. Megosztott figyelem; két, il- letve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszámok ös- szege és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problé- mához: gráf-modell. Megfele- lő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.		
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.		

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.		
Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusai.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor. Permutáció, variáció, kombináció. Skatulyaelv, logikai szita. Binomiális együttható.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 50 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolút érték. Négyzetgyök.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diskussziós képesség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diskusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – reciprok; – szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Abszolút értékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Másodfokú egyenletrendszerek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékészletvizsgálat, monotonitás ...).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$ , illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete $n$ elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számítani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
$n$ -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határértékének felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értéksökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	T: Számológép
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszer.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép
A tanult azonosságok (pl. addíciós tételek) alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Az $n$ -edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Paraméter. Harmonikus, négyzetes, mértani és számtani közép.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 54 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) + c$ , $f(x + c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ ; $c \cdot f(ax + b) + d$ .	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: interaktív tábla
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvénymodell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmusfüggvények grafikonja, jellemzésük.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.		
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Függvények</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– véges helyen vett véges;</li> <li>– véges helyen vett végtelen;</li> <li>– végtelenben vett véges;</li> <li>– végtelenben vett végtelen határértéke.</li> </ul> <p>A <math>\frac{\sin x}{x}</math> függvény határértéke a nulla pontban.</p>	<p>A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói.</p> <p>A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép</p> <p>TD: interaktív tábla</p>
<p>Függvények differenciálhatósága.</p> <p>A derivált függvény.</p> <p>Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.</p>	<p>A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével.</p> <p>A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.</p>	
<p>Műveletek differenciálható függvényekkel.</p>	<p>Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		
<p>A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.</p>	<p>Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása).</p> <p>Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép</p> <p>TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: interaktív tábla
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergens sorozatok. Egy adott pont $r$ sugarú környezetete. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergencia, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Nevezetes sorozatok határértéke.	$q^n$ és $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Cantor-axióma. <i>Matematikatörténet:</i> axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Számtani sorozat, az $n$ . tag, az első $n$ tag összege. Számtaniközép-tulajdonság. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Mértani sorozat, az $n$ . tag, az első $n$ tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Végtelen mértani sor. <i>Matematikatörténet:</i> Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.</p>	<p>A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtök közönséges törtté alakításában.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:</i> az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.</p>	<p>T: Számológép interaktív tábla</p>
<p>Kamatosszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjárdék, járdék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).</p>	<p>A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	<p>Színuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Függvények folytonossága, határértéke. Derivált függvény, különbségi hányados. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjárdék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel.</p>			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 46 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pont-halmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka		TD: Interaktív tábla
Párhuzamos szelők tétele, szelőszelek tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szögfelezőtétel.		Frontális munka		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.	Frontális munka	<i>Vizuális kultúra</i> : építészet.	TD: Interaktív tábla
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbözőségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika</i> : vektor felbontása adott állású összetevőkre.  <i>Földrajz</i> : térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: –két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; –egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; –oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismétlése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátáiból. Vektor $\pm 90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátái.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése. Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorok koordinátaival. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> vektorgrafikus ábrázolás.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A helyvektor koordinátái. Szakaszcsozópontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> hely megadása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkrimináns vizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátaiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).	T: Számológép
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Szinusz, koszinusz, tangens. Bázisvektor, bázisrendszer, helyvektor, szabadvektor. Skaláris szorzat. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Terület. Kerületi szög, középponti szög. Normálvektor, irányvektor, parabola, fókuszpont, vezéregyenes. Húrnégyszög, érintőnégyyszög.			



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 14 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámítás axiómái. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell. Szórás. Binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás.			

## Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

## 12. évfolyam

### Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése, a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűség-számítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák, melyek már tartalmazzák a számonkérésre, az ismétlésre és a rendszerezésre szánt óramennyiséget.

## Témakörök

	<b>Javasolt óraszámok</b>
	5 óra/hét (155 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	7 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	34 óra
4. Geometria	34 óra
5. Valószínűség, statisztika	15 óra
6. Rendszerező összefoglalás	65 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 7 óra (folyamatosan)</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszerek-nél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Teljes indukció. $n$ tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági fel- adatok.	$n$ tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági fel- adatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismeré- se egy állítás megfogalmazá- sában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka		
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor.			



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 34 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíciója és tulajdonságai. A határozott integrál és a terület kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Az integrálfüggvény értelmezése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése.	Frontális munka.		
A primitív függvény és a határozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(ax+b)$ és az $f^n(x) \cdot f'(x)$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Newton–Leibniz tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.	T: Számológép TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Alsó közelítő összeg, felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, integrálfüggvény, primitív függvény.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 34 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pont-halmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Tananyagok</b>
Síkidomok kerület- és területszámításának eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> terület, kerület meghatározás.  <i>Földrajz:</i> térképkészítési elvek, felszínszámítás.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlának és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.</p>	<p>A problémához illeszkedő ábra alkotása; síkmetszet elképzése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p> <p><i>Kémia:</i> kristályok.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.</p>	<p>T: számológép TD: interaktív tábla testmodellek</p>
<p>Felület- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri, Archimédész, piramisépítés.</p>	<p>Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzése, vetületek megrajzolása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felületszámítás.</p>	<p>T: Számológép</p>
<p>Csonkagúla, csonkakúp felülete és térfogata.</p>	<p>A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A gömb felszíne és térfogata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria a mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan:</i> vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.	T: Számológép TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Csonkagúla, csonkakúp. Gömb. Merőleges vetítés.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 15 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár <b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző terü- letei közötti kapcsolatok tuda- tosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Feltételes valószínűség. Füg- getlen események. A feltételes valószínűség fo- galma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megér- tése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, foga- lom megértése konkrét példá- kon keresztül.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. <i>Matematikatörténet:</i> Bernoulli.	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, geometriai valószínűség. Valószínűségi változó, várható érték, szórás.			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret javasolt óra- szám 65 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>További feltételek</b>	<b>Személyi:</b> matematika szakos tanár	
	<b>Tárgyi:</b> számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	<b>Taneszközök</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Filozófia:</i> logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	TD: interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		



Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
<i>Számтан, algebra</i>				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Önellenzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékonyságra, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$ , $f(x + c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ ; $c \cdot f(ax + b) + d$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla
<i>Geometria</i>				
Geometriai alapfogalmak, ponttalmasok.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Körre vonatkozó tételek. Számítási feladatok.</p>	<p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám <math>n</math>-esig.</p>		<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>		<p>T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. <i>Matematikatörténet: nevezetes szerkeszthetőségi problémák.</i>	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>Valószínűességszámítás, statisztika</i>				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla
<b>Kulcsfogalmak/Fogalmak</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

## Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényező felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.



- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

## A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete,  $n$  elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmai esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.
- A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.
- Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.
- Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.
- Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés. Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

### *Számтан, algebra*

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.
- A tanulók tudják definiálni számok  $n$ -edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készség szinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus azonosságait.

Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételket) feladatok megoldásában alkalmazni.

- Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készségi szinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszert, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.
- Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.
- Tudjanak szöveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

### *Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei*

- Trigonometrikus függvények értelmezése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmikus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.
- Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.
- Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.
- Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

### *Geometria*

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételket.

- Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.
- Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.
- Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.
- Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.
- Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.
- A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.
- Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.
- A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.